

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

**Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области
«Академия социального управления»**

Кафедра общеобразовательных дисциплин

«СОГЛАСОВАНО»
на заседании Учёного совета
от «30» августа 2022г.
Протокол № 9

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор Лубский А.А. Лубский
«31» августа 2022г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа

«ПОДГОТОВКА К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ»

Возраст: от 15 до 18 лет

Срок реализации: 7 месяцев

Автор-составитель: Павлов А.Н., к.п.н., доцент кафедры

Мытщи, 2022 г.

Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Подготовка к ЕГЭ по математике» (далее – Программа) относится к **естественнонаучной направленности**.

Актуальность

В школьном курсе «Математика» вопросы структуры и содержания контрольных измерительных материалов ЕГЭ рассматриваются лишь в ознакомительном плане и на это выделяется недостаточное количество часов, как следствие – наличие типичных ошибок, повторяющихся из года в год по результатам Государственной итоговой аттестации в виде ЕГЭ, отсутствия у обучающихся образовательных организаций – участников ЕГЭ понимания алгоритма выполнения заданий тех типов и уровней сложности, которые представлены в экзаменационной работе. Образовательная программа «Подготовка к ЕГЭ по математике» направлена на устранение данного пробела. Это особенно актуально, когда на подготовку по итогам пробных и тренировочных тестирования затруднений остается немного времени, тогда как перечень предметов для сдачи в форме ЕГЭ определен обучающимся.

Программа курса разработана на основе спецификации, кодификатора, утвержденных ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» и структуры КИМ, применяемой в 2022 и 2023 годах, а также на основе типичных ошибок участников экзамена, выявленных в предыдущие годы и отраженных в региональных и федеральных статистико-аналитических отчетах по итогам ЕГЭ. В процессе обучения у учащихся формируются навыки выполнения экзаменационных заданий по предмету «Математика». Спецификой курса является обучение пониманию структуры заданий и алгоритма их выполнения, акцент на необходимых для выполнения экзаменационной работы знаниях в предметной области.

Аспект новизны заключается в том, что:

- при организации обучения по программе используется современный комплекс практических заданий, аналогичных заданиям ЕГЭ;
- обучающиеся получают опыт выполнения отдельных заданий экзаменационной работы в групповой и индивидуальной формы с целью выявления затруднений, выполнения работы над ошибками, формирования навыков самостоятельного выполнения аналогичных заданий в требуемой форме и за оптимальное время, затрачиваемое на выполнение.
- курс разработан на основе авторской методики коллектива специалистов в предметной области, имеющих многолетний опыт подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации, разработки аналогичных экзаменационным заданиям, экспертизы в составе экспертов региональных предметных комиссий ответов участников ЕГЭ, работы в составе работников пунктов проведения экзамена при организации и проведении ЕГЭ;
- курс на основе настоящей программы позволяет психологически подготовиться обучающимся как к выполнению экзаменационных заданий, так и к процедуре проведения экзамена в ППЭ в части получения при необходимости консультаций по порядку проведения экзамена на территории Московской области, порядку получения результатов.

Отличительной особенностью Программы является практико-ориентированный характер (теоретическая часть составляет 1/3 от общего учебного времени), а также то, что итоговыми результатами деятельности являются навыки практического выполнения заданий ЕГЭ.

Цель: качественно улучшить подготовку слушателей курсов для сдачи ЕГЭ по профильной математике.

Задачи: ознакомить слушателей с основными идеями, лежащими в основе решения задач ЕГЭ по математике; рассказать о критериях оценивания решений с развернутым ответом.

Программа адресована обучающимся в 11 классах образовательных организаций.

Образовательный процесс организуется в соответствии с учебным планом в группах 8-12 человек, сформированных из учащихся одной возрастной категории (состав группы: постоянный).

Программа рассчитана на 7 месяцев обучения.

Режим занятий: два онлайн-занятия в неделю, продолжительностью два академических часа; общее количество часов: 100 часов.

Формы аттестации: итоговый тест.

Формы отслеживания и фиксации образовательных результатов: учетные данные и журнал посещаемости в LMS АСОУ, архив готовых работ обучающихся, размещенных на платформе в LMS АСОУ.

Формы предъявления и демонстрации образовательных результатов: выполненные самостоятельная и практические работы, размещаемые участниками в LMS АСОУ.

Методы обучения: словесный, наглядный практический, объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый, исследовательский проблемный; игровой, проектный.

Методы воспитания: убеждение, поощрение, упражнение, стимулирование, мотивация

Формы организации образовательного процесса: индивидуальная, индивидуально-групповая и групповая.

Формы организации учебного занятия: теоретическое и практическое занятие.

Педагогические технологии: технология индивидуализации обучения, технология группового обучения, технология коллективного взаимообучения, технология программированного обучения, технология модульного обучения, технология блочно-модульного обучения, технология дифференцированного обучения, технология разноуровневого обучения, технология развивающего обучения, технология проблемного обучения, технология дистанционного обучения, технология исследовательской деятельности, технология проектной деятельности, технология игровой деятельности, коммуникативная технология обучения, технология портфолио, здоровьесберегающая технология, кейс-технология.

На первом вводном занятии обучающиеся знакомятся с основными понятиями и объектами, изучаемыми в курсе, основными возможностями изучаемого программного или аппаратного обеспечения. Необходимо использовать методы эвристической беседы или лекции с элементами проблемного обучения.

При изучении возможностей программного обеспечения рекомендуется придерживаться следующей **схемы организации и проведения занятия.**

№	Этап занятия	Форма организации и проведения	Примерное время (минут)
---	--------------	--------------------------------	-------------------------

1.	Актуализация ранее полученных знаний, постановка проблемы, решаемой на занятии	Эвристическая беседа	2
2.	Изучение теории	Кейс-метод, лекция с элементами проблемного обучения.	10
3.	Разбор задания базового уровня сложности.	Кейс-метод, лекция с элементами проблемного обучения.	5
4.	Самостоятельное решение учащимися разноуровневых заданий, подготовка минипроектов	Разноуровневые задания по теме занятия.	20
5.	Подведение итогов занятия, рефлексия.	Беседа	3

Дидактические материалы: справочные материалы, раздаточные материалы, содержащие задания и упражнения для выполнения практических заданий, а также материалы, размещенные в LMS АСОУ.

Материально-техническое обеспечение

1. Персональный компьютер (ноутбук) с доступом к сети Интернет
2. Браузер Google Chrome
3. Доступ к LMS АСОУ.

Информационное обеспечение

Кадровое обеспечение: занятия по курсу проводит педагог АСОУ, имеющий высшую или первую квалификационную категорию, а также опыт преподавания учебного предмета «Математика» в образовательных организациях.

Учебный план

№ п/п	Название раздела, темы	Количество часов			Формы аттестации/ контроля
		Всего	Теория	Практика	
0	Вводное занятие.	2	0	2	Стартовый контроль Практическая работа
1	Вычисления. Упрощение выражений, доказательство тождеств и неравенств.	6	2	4	Текущий контроль Практическая работа
2	Тригонометрические вычисления. Упрощение тригонометрических выражений, доказательство тождеств и неравенств.	8	3	5	Текущий контроль Практическая работа
3	Функции и последовательности	2	1	1	Текущий контроль Практическая работа
4	Основные функции, их свойства и графики.	3	1	2	Текущий контроль Практическая работа
5	Уравнения, неравенства и их системы первой степени	3	1	2	Текущий контроль Практическая работа
6	Уравнения, неравенства и их системы второй степени.	6	2	4	Текущий контроль Практическая работа
7	Уравнения, неравенства и их системы высших степеней	2	1	1	Текущий контроль Практическая работа
8	Иррациональные уравнения, неравенства и их системы	4	1	3	Текущий контроль Практическая работа
9	Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы	8	3	5	Текущий контроль Практическая работа
10	Обратные тригонометрические уравнения и неравенства	2	1	1	Текущий контроль Практическая работа
11	Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы	8	3	5	Текущий контроль Практическая работа
12	Основы дифференциального исчисления	4	2	2	Текущий контроль Практическая работа
13	Приложения производной	6	2	4	Текущий контроль Практическая работа
14	Задачи основных видов	6	2	4	Текущий контроль Практическая работа
15	Углубленное повторение планиметрии	10	3	7	Текущий контроль Практическая работа
16	Стереометрия	12	4	8	Текущий контроль Практическая работа
17	Критерии оценивания решений заданий ЕГЭ	4	2	2	Текущий контроль Практическая работа
18	Итоговый контроль. Анализ работы	4	0	4	Решение варианта, обзор решения
Итого		100	34	66	

Содержание программы

Раздел 1.

Тема 0. Вводное занятие.

Знакомство с содержанием курса, его задачами.

Тема 1. Вычисления. Упрощение выражений, доказательство тождеств и неравенств.

Алгебраические и трансцендентные выражения, их виды. Понятие об области допустимых значений (ОДЗ) выражения.

Многочлен. Однородные многочлены и их свойства. Симметрические многочлены и их свойства. Выражение симметрических многочленов с двумя переменными x и y через $x + y$ и xy .

Деление многочленов «уголком». Деление многочленов методом неопределенных коэффициентов. Алгоритм Евклида для нахождения НОД двух многочленов. НОК двух многочленов.

Корни многочлена. Кратные корни многочлена. Разложение многочлена на множители. Теорема Виета (и обратная к ней) для квадратного трехчлена. Теорема Виета для произвольного многочлена.

Решение примеров на рациональные числа. Упрощение целых и дробно-рациональных выражений с применением формул сокращенного умножения.

Тождество. Связь между тождеством и равенством. Основные методы доказательства тождеств.

Степень. Возведение в натуральную степень, свойства степени с натуральным показателем.

Возведение в нулевую и отрицательную целую степени, свойства степени.

Корень. Арифметический корень. Основные свойства арифметических корней. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня. Приведение корней к одному показателю.

Степень с дробным показателем, ее свойства.

Освобождение от иррациональностей в знаменателе дроби.

Сложные радикалы.

Сравнение чисел. Свойства числовых неравенств, возведение неравенств в степень. Пропорции. Сравнение положительных дробей методом пропорции.

Возведение в действительную степень.

Упрощение иррациональных выражений методом замены. Идея домножения на сопряженное выражение. Ветвления при упрощении иррациональных выражений.

Логарифмирование, его связь с возведением в степень. Логарифм $\log_a b$, условия, накладываемые на величины a и b . Натуральный и десятичный логарифмы. Основное логарифмическое тождество.

Логарифм произведения и частного. Логарифм степени с натуральным показателем. Логарифм степени с рациональным показателем. Логарифм степени с действительным показателем. Переход к другому основанию. Формула $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$. Применение свойств логарифмов к логарифмическим вычислениям и упрощению выражений. Методы сравнений значений логарифмических выражений.

Важнейшие алгебраические неравенства.

Неравенство $a + \frac{1}{a} \geq 2$ при $a > 0$ и $a + \frac{1}{a} \leq -2$ при $a < 0$.

Неравенства, связанные с модулями.

Неравенство $(1+a)^n > 1+na$ при $a > 0, n > 1$.

Связь между средним арифметическим, средним геометрическим, средним квадратичным и средним гармоническим. Неравенства Коши-Буняковского и Чебышева.

Тема 2. Тригонометрические вычисления. Упрощение тригонометрических выражений, доказательство тождеств и неравенств.

Геометрическое введение синуса, косинуса, тангенса и котангенса, связь между ними. Основные тригонометрические тождества. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса основных углов первой четверти.

Синус и косинус как координаты точек единичной окружности. Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов в разных четвертях.

Вывод формул приведения. Сведение аргументов к углам промежутка $[0^{\circ}; 45^{\circ}]$.

Связь между $\sin \alpha \pm \cos \alpha$ и $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$. Выражение $\sin^n \alpha \pm \cos^n \alpha$ через $\sin \alpha \pm \cos \alpha$ и $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Упрощение иррациональных тригонометрических выражений. Ветвления.

Выражение дробей вида $\frac{f(\sin x, \cos x)}{g(\sin x, \cos x)}$ через $\operatorname{tg} x$, где f и g могут быть приведены к

однородным «многочленам» одной степени.

Исключение угла из параметрической системы уравнений.

Упрощение тригонометрических выражений по формулам приведения.

Формулы сложения. Формулы приведения как частный случай формул сложения. Формулы двойного и тройного аргументов.

Формула вспомогательного угла.

Формулы понижения степени. Упрощение выражений вида $f(\sin \alpha, \sin 2\alpha, \sin 4\alpha)$ и $f(\cos \alpha, \cos 2\alpha, \cos 4\alpha)$.

Формулы половинного угла.

Формулы преобразования суммы и разности в произведение.

Формулы преобразования произведения в сумму.

Применение ограниченности синуса и косинуса для доказательства тригонометрических неравенств. Применение формул вспомогательного угла для нахождения наибольшего и наименьшего значений выражения. *Нахождение наибольшего и наименьшего значений «многочленов» $f(\sin x)$, $f(\cos x)$ сведением к системе рациональных неравенств с эквивалентной заменой $\sin x = t$ ($\cos x = t$), $t \in [-1; 1]$. Применение формул тригонометрии к доказательству неравенств.*

Тема 3. Функции и последовательности.

Постоянные и переменные величины. Числовая функция. Область определения и множество значений функции. *Однозначная функция.*

Аналитическое задание функции. Кусочное задание функции. *Функции, заданные словесным описанием, примеры. Параметрический способ задания функции. Табличный способ задания функции. Наглядные способы задания функции. График функции.*

Арифметические операции над функциями. Сложная функция.

Числовая последовательность как числовая функция, заданная на множестве натуральных чисел. Способы задания последовательности. Рекуррентные последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Четные и нечетные функции, их свойства. Периодические функции, их свойства.

Возрастающие, убывающие, невозрастающие, неубывающие функции. Монотонные функции.

Обратная функция, условие обратимости однозначных функций.

Ограниченные сверху (снизу) функции. Ограниченные и неограниченные функции.

Преобразование графиков функций. Построение графиков функций $f(x \pm a)$, $f(x) \pm a$, $-f(x)$, $a \cdot f(x)$, $f(-x)$, $f(ax)$, $f(ax + b)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$. Метод суперпозиции при построении графиков функции.

Тема 4. Основные функции, их свойства и графики.

Линейная функция и ее график. Свойства линейной функции. Построение графиков функции, сводящихся к линейным. *Методы суперпозиции и разбора случаев.*

Дробно-линейная функция, ее график. Свойства дробно-линейной функции.

Квадратичная функция, ее график. Свойства квадратичной функции. Построение графиков квадратичных функций, содержащих модули.

Иррациональные функции. График функции $y = \sqrt{ax + b}$, ее свойства. *Эскиз графика функции $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ (разбор случаев).*

Тригонометрические функции. Графики функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Исследование тригонометрических функций по графикам.

Построение графиков функций $y = a \cdot f(bx + c) + d$, где $f(x)$ - одна из тригонометрических функций, методом суперпозиций. Графики с модулями.

Главные периоды тригонометрических функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Период функции $y = a \cdot f(bx + c) + d$, где $f(x)$ - одна из тригонометрических функций.

Определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса. Функции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$, их графики и свойства.

Степенная функция с действительным показателем, ее свойства. Эскизы графиков для функций $y = x^{2n}$, $y = x^{2n+1}$, $y = x^{\frac{m}{n}}$ (разбор случаев).

Логарифмическая функция, ее график и свойства.

Показательная функция, ее график и свойства.

Тема 5. Уравнения, неравенства и их системы первой степени.

Линейное уравнение. Уравнения, сводящиеся к линейным, и содержащие модули, аналитические и графические методы их решения.

Системы и совокупности уравнений. Равносильные системы. Системы линейных уравнений. Однородная и неоднородная системы линейных уравнений.

Метод подстановки. Метод Гаусса. *Правило Крамера (вывод на примере системы двух уравнений).* Число решений системы линейных уравнений, графическая интерпретация.

Неравенство. Неравенство-следствие. Линейное неравенство. Неравенства, сводящиеся к линейным, и содержащие модули, аналитические и графические методы их решения. Системы неравенств первой степени. *Изображение плоских областей, заданных неравенствами первой степени и их системами.*

Понятие параметра. Аналитические и графические методы решения уравнений, неравенств и их систем первой степени с параметрами. Формы записи ответов.

Дробно-линейные уравнения. Решение дробно-линейных неравенств методом интервалов. *Изображение плоских областей.* Решение дробно-линейных уравнений и неравенств с параметрами.

Неопределенные уравнения. Линейные уравнения в целых числах.

Тема 6. Уравнения, неравенства и их системы второй степени.

Квадратные уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Исследование числа корней квадратного уравнения, графическая интерпретация. Решение квадратных уравнений, содержащих модули. Дробно-рациональные уравнения, сводящиеся к квадратным.

Общий вид уравнения второй степени с двумя неизвестными. Решение уравнения второй степени с двумя (и более) неизвестными методом выделения полного квадрата.

Решение уравнений второй степени в целых числах методом разложения на множители. Метод выделения целой части.

Квадратные неравенства. Дробно-рациональные неравенства. Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов. Изображение плоских областей.

Система уравнений второй степени. Равносильные переходы. Метод подстановки и исключения неизвестных. Метод разложения уравнения системы на множители. Метод замены переменных. Симметрические системы уравнений и метод их решения. Системы, содержащие однородные многочлены, метод их решения. Методы сложения, умножения и деления уравнений системы.

Различные постановки заданий с параметрами. Прямое решение уравнения с параметром, алгоритм данного метода. Понятие частного случая. Определение числа решения уравнения с помощью линии параметра. Формы записи ответа.

Ветвления. Рациональные уравнения с параметром. Системы рациональных уравнений с параметром.

Графическое решение уравнений и неравенств с параметрами. Параллельный перенос в заданиях с параметрами. Поворот. Гомотетия и сжатие к прямой. Применение метода интервалов на координатной плоскости.

Рациональные неравенства и системы неравенств с параметрами. Графическое решение систем неравенств с параметрами.

Задания на теорему Виета. Исследование расположения корней квадратичной функции.

Тема 7. Уравнения, неравенства и их системы высших степеней.

Алгебраические уравнения n -ой степени. Нахождение рациональных корней уравнения с целыми коэффициентами. Деление «столбиком».

Разложение уравнения на множители методом неопределенных коэффициентов при отсутствии рациональных корней.

Метод замены. Возвратные уравнения. Приведение к однородному уравнению. Использование монотонности функции. Метод выделения полного квадрата. Переход от системы уравнений к системе неравенств.

Уравнения вида $(ax + b)^4 + (ax + c)^4 = d$. Уравнения вида $(x - a)(x - b)(x - c)(x - d) = e$, где $a + d = b + c$. Уравнения вида $(x - a)(x - b)(x - c)(x - d) = ex^2$, где $ad = bc$ (или $(a_1x^2 + b_1x + c_1)(a_2x^2 + b_2x + c_2) = dx^2$, где $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$). Уравнения вида $f(f(x)) = x$

(применение теоремы о корне).

Дробно-рациональные уравнения.

Решение рациональных неравенств методом интервалов.

Основные методы решения систем уравнений высших степеней. Замена. Сложение, умножение и деление уравнений системы. Приведение уравнений системы к одному показателю степени. Применение теоремы о корне. Применение теоремы Виета. Метод мажорант.

Тема 8. Иррациональные уравнения, неравенства и их системы.

Решение уравнений видов $\sqrt{A} \cdot B = 0$, $\sqrt[n]{A} = B$, $\sqrt[2n+1]{A} = B$, $\sqrt[m]{A} = \sqrt[m]{B}$. Решение иррациональных уравнений методом замены. Решение иррациональных уравнений вида $\sqrt{A} \pm \sqrt{B} = C$ (\sqrt{C}) методом возведения в квадрат. Случай сложных радикалов. Решение иррациональных уравнений методом замены корней и переходу к системе рациональных уравнений. Метод домножения на сопряженное выражение (сопряженные выражения).

Основные методы решения систем иррациональных уравнений. Замена переменной. Метод алгебраического сложения. Равносильные преобразования. Использование монотонности. Использование геометрических соображений.

Решение степенных уравнений с дробным показателем.

Неравенства вида $\sqrt{A} \cdot B \leq 0$, $\sqrt{A} < B$, $\sqrt{A} > B$, $\sqrt{A} < \sqrt{B}$. Неравенства $\sqrt[2n+1]{A} < B$. Неравенства $\sqrt{A} \pm \sqrt{B} < C$ (\sqrt{C}).

Графическое решение иррациональных неравенств. Изображение плоских областей, заданных иррациональными неравенствами.

Метод интервалов решения иррациональных неравенств, его особенности.

Аналитическое решение несложных иррациональных уравнений с параметрами. Применение теоремы о корне. Использование ОДЗ при решении уравнений и неравенств. Параметр как равноправная переменная.

Графическое решение иррациональных уравнений и неравенств с параметрами.

Тема 9. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы.

Уравнения $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, частные случаи. Формы записи ответов.

Простейшие уравнения. Уравнения с дополнительными условиями, отбор корней. ОДЗ тригонометрического уравнения, изменение ОДЗ при применении формул $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$

, $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ и т.д. Посторонние корни, их учет при записи ответов. Схема решения тригонометрического уравнения.

Уравнения, сводящиеся к квадратным. Метод замены.

Разложение на множители.

Решение однородных тригонометрических уравнений.

Уравнения, решаемые с помощью формул преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

Уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени.

Уравнения, решаемые с помощью формул преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.

Уравнения, при решении которых используются формулы двойного и тройного аргументов.

Уравнения, решаемые с помощью универсальной тригонометрической подстановки.

Уравнения, решаемые через введение вспомогательного угла.

Уравнения, решаемые с помощью умножения на некоторую тригонометрическую функцию.

Применение ограниченности тригонометрических функций при решении уравнений. Метод мажорант.

Простейшие тригонометрические неравенства, их решение на единичной окружности.

Системы уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое. Метод подстановки.

Системы вида
$$\begin{cases} \sin x \cos y = a, \\ \cos x \sin y = b \end{cases}$$
 и подобные им. Метод сложения.

Системы вида
$$\begin{cases} \sin x \pm \cos y = a, \\ \cos x \pm \sin y = b \end{cases}$$
 и подобные им. Метод возведения в квадрат.

Основные методы решения тригонометрических уравнений, неравенств и их систем с параметрами. Использование ограниченности функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$. Эквивалентные замены. Нестандартные задания с параметрами.

Тригонометрическая подстановка в заданиях, содержащих выражения вида $x^2 + y^2$, $\sqrt{1-x^2}$ и т.д.

Тема 10. Обратные тригонометрические уравнения и неравенства.

Формулы для $y = \arcsin(-x)$, $y = \arccos(-x)$, $y = \operatorname{arctg}(-x)$, $y = \operatorname{arcctg}(-x)$.

Формулы, выражающие одни тригонометрические функции через другие, основные тождества.

Формулы для $g(x) \pm g(y)$, где $g(x)$ - одна из обратных тригонометрических функций.

Простейшие примеры. Примеры на вычисление значений $f(g(x))$, $f(g_1(x) \pm g_2(x))$, $g(f(x))$ и т.п., где $f(x)$ - тригонометрическая функция, а $g(x)$ - обратная тригонометрическая функция. Примеры на применение формул $g(x) \pm g(y)$.

Тема 11. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы.

Уравнения, сводящиеся к одному основанию. Уравнения, сводящиеся к линейным. Уравнения, сводящиеся к квадратным уравнениям и уравнениям высших степеней. Уравнения с двумя основаниями. Однородные уравнения. Уравнения, решаемые методом разложения на множители. Уравнения вида $(a + \sqrt{b})^x + (a - \sqrt{b})^x = 2a$. Метод замены в показательных уравнениях. Уравнения вида $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$, случай $h(x) \equiv 0$. Графическое решение уравнений. Логарифмирование уравнений вида $a^{f(x)} b^{g(x)} = c$. Метод мажорант в показательных уравнениях. Использование монотонности показательной функции. Задания с параметрами.

Показательные неравенства. Метод замены при решении показательных неравенств. Метод интервалов, его особенности. *Изображение плоских областей.*

Основные приемы при решении систем показательных уравнений.

Логарифмические уравнения, решаемые по определению логарифма. Применение свойств логарифмов. Применение основного логарифмического тождества. Метод разложения на множители. Замена, сведение уравнений к рациональным. Графическое решение логарифмических уравнений. *Метод мажорант в логарифмических уравнениях. Использование монотонности логарифмической функции.* Задания с параметрами.

Логарифмические неравенства. Метод замены при решении логарифмических неравенств. Метод интервалов, его особенности. Изображение плоских областей.

Основные приемы при решении систем логарифмических уравнений.

Тема 12. Основы дифференциального исчисления.

Определение производной. Физический и геометрический смысл производной.

Производная постоянной. Производная линейной функции. Производные функций $y = x^2$, $y = x^3$. Производная дробно-линейной функции. Производная функции $y = \sqrt{x}$.

Производная сложной функции.

Производная суммы, разности, произведения и частного функций.

Производная функции $y = x^n$. Производная функции $y = \sin x$. Производная функции $y = \cos x$. Производные функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Производная логарифмической функции. Производная показательной функции. Производные обратных тригонометрических функций. *Степенно-показательная функция и ее производная.*

Таблица производных основных функций.

Производные высших порядков. Физический смысл второй производной.

Достаточное условие возрастания (убывания) дифференцируемой функции в точке.

Локальные максимумы и минимумы, локальные экстремумы.

Сравнение роста логарифмической, степенной и показательной функций.

Тема 13. Приложения производной.

Исследование функций и построение их графиков. Критические точки функции.

Выпуклость графика функции, исследование направления выпуклости с помощью второй производной.

Точки перегиба. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.

Схема исследования функции.

Уравнение касательной к графику функции в точке. *Уравнение касательной, проведенной к графику функции из точки, не лежащей на графике. Уравнение общей касательной к графикам функций.*

Глобальные и локальные свойства функций. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на сегменте.

Тема 14. Задачи основных видов.

Задачи, решаемые по действиям. Составление линейных уравнений и их систем для решения задач.

Простейшие задачи на числа. Задачи на позиционную запись натурального числа.

Перестановки, размещения, сочетания и их свойства. Перестановки, размещения, сочетания с повторениями.

Правила сложения и умножения. Решение уравнений и простейших задач.

Классическое и статистическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Простейшие вероятностные задачи.

Задачи на сложение и умножение вероятностей. Формула Бернулли. Задачи на формулу полной вероятности и формулу Байеса.

Целочисленные задачи. Постановки задач. Сведение решения к целочисленному уравнению, неравенству или их системе. Графический метод решения.

Задания на арифметическую прогрессию. Задания на геометрическую прогрессию. Смешанные задания. Текстовые задачи на прогрессию.

Часть числа. Процент от числа. Нахождение части числа. Нахождение числа по заданной его части. Нахождение процентного отношения двух чисел. Сложные проценты, банковские задачи. Основные приемы решения задач на проценты.

Задачи на растворы. Задача на n переливаний. Задачи на сплавы и их соединения.

Движение одного тела. Равномерное и равноускоренное движение. Средняя скорость. Прямолинейное движение двух и более тел. Движение нескольких тел по кругу.

Задачи на работу. Аналогия с задачами на движение. Задачи на «бассейн».

Тема 15. Углубленное повторение планиметрии.

Дополнительные вопросы планиметрии. Теорема Чевы и обратная к ней. Теорема Менелая и обратная к ней. Теоремы о пересечении биссектрис треугольника в одной точке; медиан треугольника в одной точке; высот треугольника (или их продолжений) в одной точке; серединных перпендикуляров к сторонам треугольника в одной точке.

Формулы длин медианы и биссектрисы треугольника.

Формула расстояния между центрами вписанной и описанной окружностей.

Зависимость между высотами треугольника и радиусом вписанной в него окружности.

Основные идеи и методы решения планиметрических задач. Задачи на вписанную в треугольник окружность. Задачи на свойства параллельных прямых. Задачи на пропорциональные отрезки. Задачи на свойства биссектрисы треугольника. Задачи на подобие. Задачи на вписанные и описанные четырехугольники. Задачи на вписанные углы. Задачи на пропорциональность отрезков хорд и секущих окружности. Задачи на использование дополнительных построений, вспомогательных фигур и геометрических преобразований. Задачи, решаемые координатным и векторным методами. Разные задачи.

Задачи на треугольник. Задачи на равнобедренный и равносторонний треугольники. Задачи на прямоугольный треугольник. Задачи на трапецию. Задачи на параллелограмм. Задачи на ромб. Задачи на прямоугольник. Задачи на квадрат. Задачи на n -угольник. Задачи на окружность и круг.

Тема 16. Стереометрия.

Параллельность в пространстве. Параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости, следствия.

Параллельность плоскостей. Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей.

Параллельное и центральное проектирование, их свойства.

Первоначальное понятие о многогранниках. Призма и ее элементы. Пирамида и ее элементы. Усеченная пирамида.

Изображение основных плоских фигур в стереометрии. Изображение тетраэдра, пирамиды, усеченной пирамиды, призмы, параллелепипеда.

Сечение многогранника. Построение сечений методом следов. Применение параллельного и центрального проектирования при построении сечений многогранников.

Векторы в пространстве. Определение вектора. Свободный вектор. Линейные операции над векторами, свойства операций.

Компланарность векторов, признак компланарности. Базис в пространстве. Разложение вектора по базису.

Угол между прямыми. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства.

Перпендикулярность в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Связь между параллельностью и перпендикулярностью.

Теорема о трех перпендикулярах.

Угол между прямой и плоскостью.

Расстояние между фигурами. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Применение теорем о перпендикулярности к решению задач. Нахождение расстояний и углов с помощью векторов. Геометрический подход к нахождению расстояний и углов.

Двугранный угол и его измерение. Биссектор двугранного угла.

Угол между двумя плоскостями. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Свойство перпендикулярных плоскостей.

Площадь ортогональной проекции многоугольника.

Многогранные углы. Трехгранный угол и его свойства.

Расчет трехгранных углов. Теорема о трех синусах.

Зависимость между основными углами в правильной пирамиде.

Определение положения основания высоты пирамиды или призмы.

Метод вспомогательного объема. Вспомогательный многогранник.

Задачи на комбинации многогранников.

Тело вращения. Цилиндр. Конус. Усеченный конус. Сфера и шар. Части шара и сферы.

Комбинации шара с цилиндром, конусом и усеченным конусом.

Взаимное расположение двух сфер. Задачи о касающихся сферах.

Комбинации цилиндра, конуса и усеченного конуса с многогранниками.

Теоремы о касательных и секущих для сферы.

Комбинации шара с многогранниками.

Векторное и смешанное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл.

Уравнения прямой в пространстве. Уравнение плоскости.

Формула расстояния между двумя точками. Уравнение сферы.

Формула расстояния от точки до прямой. Формула расстояния от точки до плоскости.

Формула расстояния между двумя прямыми. Формула расстояния между двумя параллельными плоскостями.

Формулы величины углов между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями.

Применение важнейших геометрических и тригонометрических неравенств к решению задач. Применение производной к решению задач.

Определение объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем призмы. Объем цилиндра.

Объем пирамиды и конуса. Объем усеченной пирамиды и усеченного конуса.

Объем шара и его частей.

Тема 17. Критерии оценивания решений заданий ЕГЭ.

Критерии ФИПИ решения заданий второй части. Особенности применения критериев при решении задания №12 (уравнение). Особенности применения критериев при решении задания №13 (стереометрия). Особенности применения критериев при решении задания №14 (неравенство). Особенности применения критериев при решении задания №15 (задача экономического содержания). Особенности применения критериев при решении задания №16 (планиметрия). Особенности применения критериев при решении задания №17 (параметры). Особенности

Тема 18. Итоговый контроль. Анализ работы.

Решение варианта ЕГЭ и его разбор.

Методическое обеспечение программы

№ п/п	Темы программы	Формы организации и проведения занятий/ Форма организации деятельности	Методы и приемы организации учебно-воспитательного процесса	Дидактический материал, техническое оснащение	Вид и форма контроля, форма предъявления результатов
1	Вычисления. Упрощение выражений, доказательство тождеств и неравенств.	практическое занятие/ индивидуально-групповая	наглядный практический, объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
2	Тригонометрические вычисления. Упрощение тригонометрических выражений, доказательство тождеств и неравенств	практическое занятие/ индивидуально-групповая	наглядный практический, объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
3	Функции и последовательности	практическое занятие/ индивидуально-групповая	наглядный практический, объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа

4	Основные функции, их свойства и графики	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
5	Уравнения, неравенства и их системы первой степени	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
6	Уравнения, неравенства и их системы второй степени	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
7	Уравнения, неравенства и их системы высших степеней	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
8	Иррациональные уравнения, неравенства и их системы	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
9	Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
10	Обратные тригонометрические уравнения и неравенства	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
11	Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа

12	Основы дифференциального исчисления	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
13	Приложения производной	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
14	Задачи основных видов	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
15	Углубленное повторение планиметрии	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
16	Стереометрия	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
17	Критерии оценивания решений заданий ЕГЭ	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа
18	Итоговый контроль. Анализ работы	практическое занятие/ индивидуально- групповая	наглядный практический, объяснительно- иллюстративный, частично-поисковый	Задания в электронном виде на учебной платформе Карточки для выполнения заданий	Текущий контроль Практическая работа

Список литературы Нормативные документы

1. Федеральный Закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 №273-ФЗ.
2. Концепция развития дополнительного образования детей (утверждена распоряжением Правительства РФ от 04.09.2014 № 1726-р).

3. Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам (утвержден приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 09.11.2018 № 196, с изменениями на 30.09.2020 г.).

Интернет-ресурсы

1. Официальный информационный портал единого государственного экзамена <http://www.ege.edu.ru>
2. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ» <https://ege.sdangia.ru/>
3. Открытый банк заданий ЕГЭ базового уровня <http://fipi.ru>
4. Демонстрационные варианты КИМ 2017-2021 гг. <http://fipi.ru>
5. Справочные материалы - http://www.mathnet.spb.ru/texts/ege_part_b/
6. Тренировочные варианты сайта Александра Ларина <http://alexlarin.net/>
7. Система «ФИС ОКО» <https://fis-oko.obrnadzor.gov.ru/signin>
8. Справочные материалы для заданий с кратким ответом - http://www.mathnet.spb.ru/texts/ege_part_b/
9. Рабочие тетради и иные пособия по каждому заданию ЕГЭ
10. Материалы сайта И.В. Яковлева <http://mathus.ru/math/>

Календарный учебный график

Дополнительная общеразвивающая программа «Подготовка к ЕГЭ по _____»

№ занятия	Тема занятия	Количество часов	Форма занятия	Форма контроля	Дата проведения	
					План	Факт
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						